融合小波变换与多重分形理论的涡旋盘表面形貌分析

刘 涛* 李 鼎 邬再新 张 烁 马 壮
兰州理工大学机电工程学院,兰州,730050

摘要:涡旋盘侧壁面形貌与其寿命、耐磨性和可靠性密切相关,为准确表征其加工表面,提出一种结合小波变换与多重分形理论的定量分析方法。首先采用白光干涉仪测量涡旋盘表面数据,并通过小波变换提取粗糙度信息;随后引入Weierstrass-Mandelbrot(W-M)函数分析表面形貌随分形维数变化的规律;采用差分盒维数法计算分形维数,基于多重分形谱进一步分析其局部特征。研究结果表明,小波变换能够有效提取粗糙度信息,分形维数和分形谱参数可准确表征其表面复杂性与局部均一性。相比于传统粗糙度,分形维数的离散性和误差更低,分形谱参数可有效识别局部缺陷,两种分形参数结合,能从整体和局部两个维度全面表征涡旋盘微观形貌,为实现其表面质量的精确评估提供了理论支持。

关键词:涡旋盘;小波变换;多重分形理论;分形维数;多重分形谱
中图分类号:TG54;TH45
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.08.020 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

Analysis of Surface Topography of Scroll Based on Wavelet Transform and Multifractal Theory

LIU Tao* LI Ding WU Zaixin ZHANG Shuo MA Zhuang
School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, 730050

Abstract: The The surface topography of the scroll sidewall is critical to its lifespan, wear resistance, and reliability. To enable accurate characterization of the machined surface, this study proposes a quantitative analysis method that integrates wavelet transform and multifractal theory. Surface data of the scroll are acquired using a white light interferometer, from which roughness information is extracted via wavelet transform. The Weierstrass-Mandelbrot (W-M) function is then employed to investigate the dependence of surface topography on fractal dimension. The fractal dimension is computed using the differential box-counting method, and local topographic features are further analyzed based on the multifractal spectrum. The results demonstrate that wavelet transform effectively extracts roughness information, while the fractal dimension and multifractal spectrum parameters accurately characterize surface complexity and local uniformity. Compared with conventional roughness parameters, the fractal dimension exhibits lower variability and error, and the multifractal spectrum parameters prove effective in detecting local surface defects. By combining these two fractal parameters, the microscopic surface topography of the scroll can be comprehensively characterized at both global and local scales, providing a theoretical foundation for precise surface quality evaluation.

Key words: scroll; wavelet transform; multifractal theory; fractal dimension; multifractal spectrum

0 引言

薄壁零件因其轻质高强的特性,在航空航天[1-2]、交通运输[3]等领域得到了广泛应用。涡旋盘作为典型的薄壁类零件,是涡旋机械的核心零部件,其几何精度与表面质量直接关系到整机的压缩效率、运行稳定性与服役寿命。尤其是涡旋齿的侧壁面,作为气体压缩过程中反复啮合与接触的关键界面,其微观表面形貌特征对摩擦磨损、密封性能及能效表现均具有重要影响[4]。

近年来,国内外学者围绕涡旋盘的加工工艺优化、型线设计与表面质量提升开展了大量研究。DANG等[5]运用田口正交实验与多目标优化方法,实现了表面质量与能耗之间的平衡。刘涛等[6]利用Frenet活动标架设计了一种性能最优的涡旋齿型线结构。在表面数据获取与重构方面,LI等[7]、胡文龙等[8]和焦华超等[9]分别提出了基于插值、小波分析与分形建模的重构技术,用于复杂

收稿日期:2025-08-06
基金项目:国家自然科学基金(52265034)

表面的微观结构提取。此外，在表面质量评估方面，研究者提出了多种二维及三维粗糙度参数方法[10-14]，李银萍[15]运用粗糙度参数和功率谱密度方法对涡旋盘表面形貌进行了定量评价，但对非平稳、非线性形貌结构的描述能力依然有限。

为更有效地捕捉表面的复杂几何特性与多尺度规律，小波变换与分形理论被逐步引入表面质量研究中。李文知[16]基于小波-分形理论对Si3N4陶瓷表面微观形貌进行了重构与分形分析。小波变换能够实现对表面形貌信号的多尺度分解，而分形理论则可揭示形貌的自相似结构与尺度不变性[17-19]。尤其是多重分形谱方法，通过构建多维参数集，可同时表征表面整体复杂性与局部突变性，突破了单一分形维数的局限性，显示出在精密加工表面质量评估中的广泛应用潜力。

现有表面质量评价多以Ra、Rz等传统粗糙度参数为主，难以充分反映其复杂的空间结构、局部突变及多尺度特征，尤其在分析其对啮合性能和摩擦行为的影响时存在明显局限性。因此，迫切需要一种能够全面反映涡旋盘复杂表面形貌特征的高效分析方法。

本文提出一种融合小波变换与多重分形理论的多尺度表征方法。首先利用SuperView W1白光干涉仪对涡旋盘试样进行表面形貌测量，并通过小波变换方法提取表面粗糙度信息；然后构建基于W-M函数的分形模型，探究分形维数与表面复杂性之间的定量关系，并分析分形维数与传统粗糙度参数的表征效果；最后引入多重分形谱，分析涡旋盘形貌在不同尺度下的变化特征以及局部均匀性，并进行涡旋盘表面潜在缺陷的有效识别。

1 涡旋盘表面数据测量

本研究采用数控铣床XK714对LY12CZ铝合金(4032)毛坯进行加工，以获得涡旋盘零件。毛坯尺寸为130 mm × 55 mm。表面形貌数据的采集通过SuperView W1白光干涉仪完成，如图1所示。该仪器基于白光干涉原理，结合高精度Z向扫描模块和三维建模算法，对器件表面进行非接触式扫描，获取其三维形貌图像。

SuperView W1白光干涉仪相关参数如下：Z向分辨力0.1 nm；XY轴分辨力0.5 μm；可测样品反射率0.05%～100%；粗糙度RMS重复性0.005 nm。

在铣削后的涡旋盘表面选取四个不同位置进行测量，每个检测区域为1 mm×1 mm，采样的数据量为256×256。所得表面形貌数据由白光干涉仪采集后上传至数据处理系统，借助相关软件对表面形貌进行后续处理与分析。检测区域从涡旋盘中心工作腔开始，依次标记为区域G1～G4。

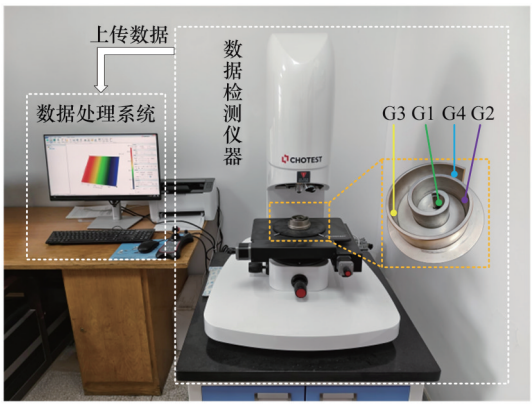


图1 表面形貌数据测量

Fig.1 Measurement of surface topography data

2 小波变换重构

白光干涉仪获取的测量数据蕴含了多尺度形貌特征，涵盖宏观轮廓(低频)、波纹度(中频)及微观粗糙度(高频)等成分。为了准确评价加工质量，有必要有效分离并量化高频微观粗糙度，而这一过程的关键在于构建准确可靠的低频参考基准面。本文采用小波变换方法对三维形貌数据进行多尺度分解与滤波，基于涡旋盘实测数据，精确构建用于粗糙度评定的低频基准面，进而分离出真实的表面粗糙度信息。

2.1 最优小波基及分解尺度的选取

采用小波变换处理涡旋盘三维表面形貌数据，关键在于选取合适的二维小波基函数及分解尺度。为确定最优小波基函数，本文对实测表面形貌实施多尺度分解与重构，并通过比较不同小波基函数下的重构误差进行定量评估。本文选用相似对称小波系SymN以及双正交小波系biorNr.Nd进行实验。

由表1可知，Bior2.4作为小波基函数时重构误差最小，因此，选择Bior2.4作为最优小波基函数对涡旋盘表面形貌进行处理。

小波分解尺度的选择决定了高频细节与低频近似系数的能量分布，直接影响表面粗糙度信息的重构精度和评定基准面的构建效果，因此，确定最优分解尺度是精确提取表面形貌特征的关键。此外，最大分解尺度A并非任意设置，其理论上限取决于数据矩阵维度M，两者关系为

$$A=[\log_2 M] \tag{1}$$

对表面形貌数据进行多尺度小波分解，计算各层低频(Ea)和高频(EDetails)能量占比，如表2

表1　不同小波基函数的重构误差

Tab.1　Reconstruction errors of different wavelet basis functions

小波基函数	重构误差	小波基函数	重构误差
Sym2	11.44×10^{-12}	Bior2.4	2.48×10^{-14}
Sym3	65.86×10^{-12}	Bior2.6	2.66×10^{-14}
Sym4	4.29×10^{-12}	Bior2.8	3.73×10^{-14}
Sym5	1.47×10^{-12}	Bior3.1	4.61×10^{-14}
Sym6	7.24×10^{-12}	Bior3.3	3.55×10^{-14}
Sym7	5.11×10^{-12}	Bior3.5	3.55×10^{-14}
Sym8	2.51×10^{-12}	Bior3.7	3.37×10^{-14}
Bior1.3	3.90×10^{-14}	Bior3.9	3.90×10^{-14}
Bior1.5	3.73×10^{-14}	Bior4.4	49.5×10^{-14}
Bior2.2	4.08×10^{-14}	Bior5.5	15.3×10^{-12}

表2　表面分解尺度能量占比

Tab.2　Energy proportion of the surface decomposition layer　%

分解尺度	Edetails能量占比	Ea能量占比
1	0.0026	99.909
2	0.0033	
3	0.0042	
4	0.0058	
5	0.0071	
6	0.0082	
7	0.0122	
8	0.0474	

所示。EDetails随分解尺度增加而上升，反映出形貌信息从高频向低频的分离过程。分解尺度为8时，EDetails能量占比显著增大，表明低频近似能量对高频细节分量产生了显著干扰，说明该尺度已受低频污染。因此，前7层高频分量可作为有效的表面粗糙度信息。

2.2　小波变换重构表面形貌

本文采用Bior2.4双正交小波基对涡旋盘试样的三维表面形貌数据进行多尺度分解处理。小波分解过程中表面形貌中高频粗糙度的信息被逐渐滤除，而低频信息逐渐呈现。小波进行尺度8分解后，提取第8层的低频分量，作为涡旋盘表面的粗糙度基准面；同时，通过对前7层的高频分量进行重构，获得真实的粗糙度表面形貌。图2所示为4个测试区域的测量原始表面、经小波变换得到的基准面及粗糙度表面。

3　涡旋盘侧壁面表面形貌分析

3.1　涡旋盘表面粗糙度参数表征

在描述表面形貌特征的三维参数体系中，基于高度分布的幅值类参数因其直观性和普适性而成为首选评价指标。选择算术平均高度Sa及均方根高度Sq对涡旋盘表面进行表征。经过计算，得到涡旋盘表面的三维粗糙度参数值，如表3所示。Sa和Sq用于反映表面高度特性，分析结果显示，各区域的Sa平均值为0.2471 μm，Sq平均值为0.3183 μm。从宏观数值大小初步判定此涡旋盘加工质量较高。

由表3和图3可知，区域G1、G2、G4的Sa和Sq值比较相近，但其微观表面形貌存在一定差异，无法体现表面形貌的一些细节特征。表面粗糙度参数仅能对微观形貌进行宏观质量评估，无法完整表征其几何特征的复杂性与局部变化。此外，在粗糙度参数测量过程中，人为因素、仪器设置差异等主观因素均可能引入测量不确定性。

3.2　涡旋盘分形表征

由于幅值参数Sa和Sq对涡旋盘表征有一定的欠缺，故本文采用分形维数和多重分形谱参数结合的方法对涡旋盘表面进行表征。

3.2.1　W-M分形函数

Weierstrass-Mandelbrot（W-M）分形函数因其独特的数学特性（连续性但不可微、自相似性）成为表征分形表面的理想工具。该函数不仅能精确描述二维轮廓，还可扩展到三维形貌模拟，为表面粗糙度研究提供了有效的数学建模方法。其三维分形表面的函数模型为

$$z(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}C_n\gamma^{(D_s-3)n}\sin\left[\gamma^n(x\cos B_n+y\sin B_n)+A_n\right] \tag{2}$$

式中：C_n为尺度系数，可通过实验调整其取值，将生成表面的高度起伏调整至视觉或物理层面的合理区间，从而调节表面整体振幅；γ为轮廓的空间频率，常见取值1.3～1.7。本文取$\gamma=1.5$可兼顾表面细节丰富度与计算效率；A_n为均匀分布于区间$[0,2\pi]$的随机变量，引入该参数可确保生成表面具有非周期性和各态历经性；$B_n=m\pi/M$，将180°均匀分配给M个方向（通常$M\geqslant8$，本文取$M=12$，m为整数计数器，其取值范围为$[1,M]$），保证生成表面无主导方向性；D_s为分形维数，$2<D_s<3$；n为自然序列数。

在确保尺度系数不变的前提下，基于W-M分形理论的数学表达式，运用MATLAB完成了计算程序的编写。选取横纵坐标x和y时，鉴于分形函数公式的固有特性，必须确保$x\neq0$且$y\neq0$。横纵坐标的选取范围为$[0,1000]$。通过调整分形维数，模拟分形维数为2.1、2.3、2.5、2.7的三维粗糙表面形貌，如图4所示。

可以发现，表面形貌展现出不规则的高低起伏特征。当$D_s=2.1$时，表面起伏较平缓，高频分量占比较小，大尺度特征占主导，形貌更接近平滑表面。当$D_s=2.7$时，高频分量占比增大，多尺度

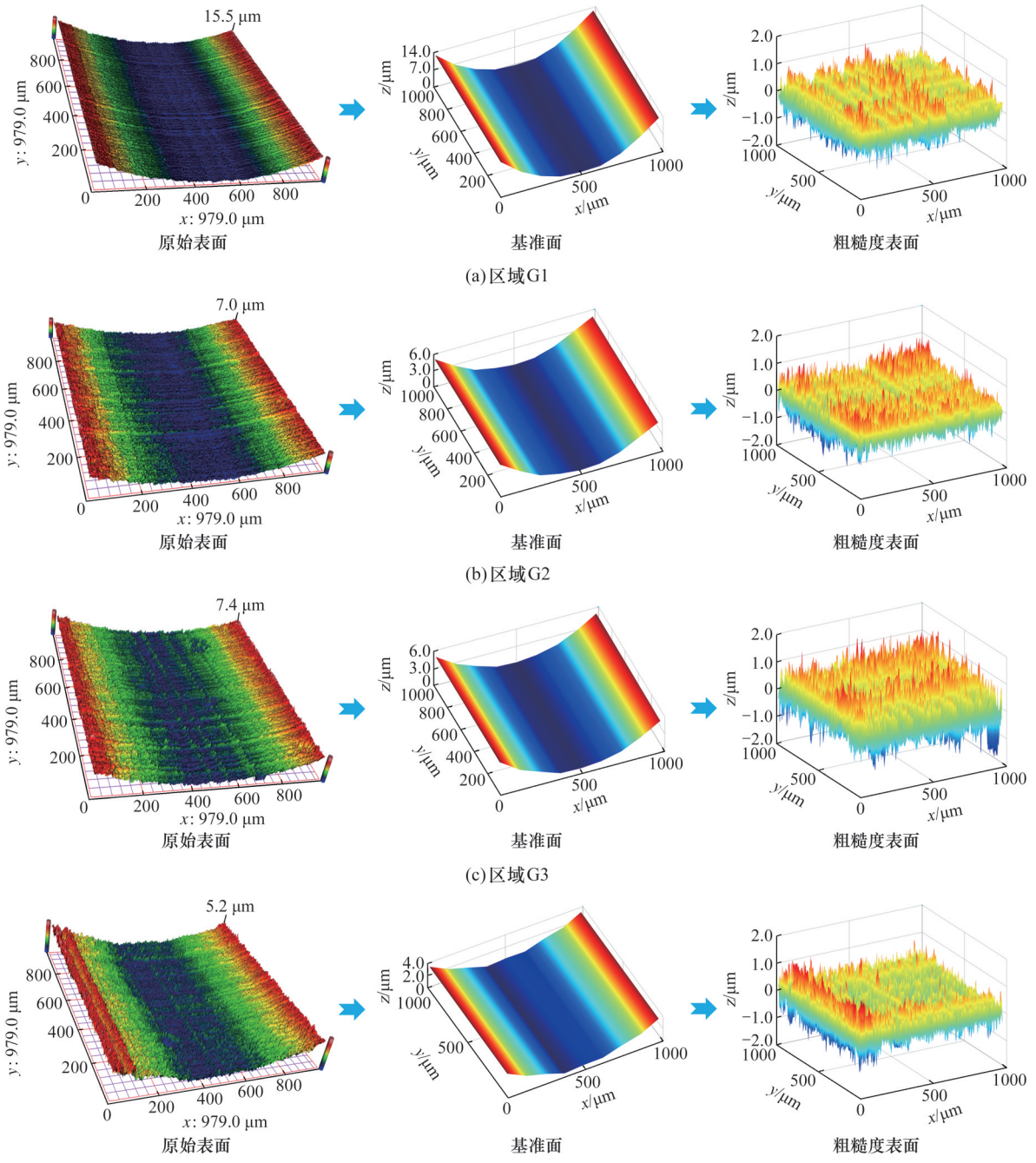


图2 原始表面、基准面与粗糙度表面

Fig.2 Original surface, reference surface and roughness surface

表3 三维粗糙度参数测量结果

Tab.3 Measurement results of three-dimensional roughness parameters

测试区域	算术平均高度Sa/μm	均方根高度Sq/μm
G1	0.2407	0.3053
G2	0.2290	0.2917
G3	0.3132	0.4052
G4	0.2055	0.2711

细节更丰富，表面出现更多细密尖锐的峰谷结构，粗糙度显著提高。随着分形维数D_s的增加，表面形貌变得更加复杂，凹凸程度更加密集，高度变化的频率也加快。这一变化规律不仅验证了分形维

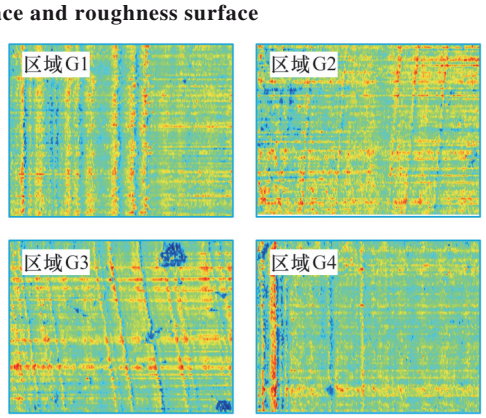
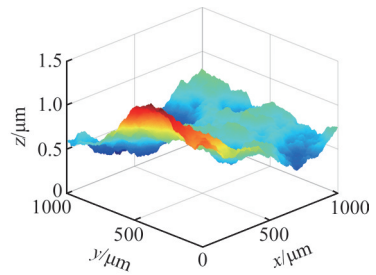
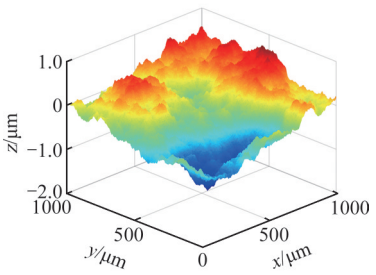


图3 各区域二维表面图像

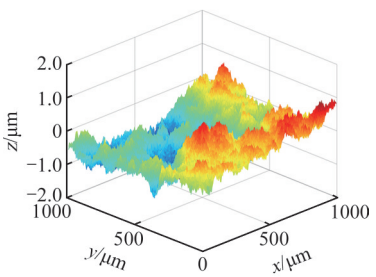
Fig.3 Two-dimensional surface images of each region



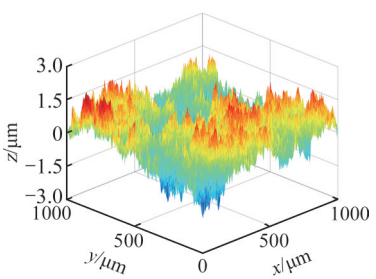
(a)D_s=2.1



(b)D_s=2.3



(c)D_s=2.5



(d)D_s=2.7

图 4　不同分形维数的表面形貌

Fig.4　Surface topography with different fractal dimensions

数对表面随机特性表征的有效性，也揭示了加工表面多尺度结构复杂性的本质。

3.2.2　分形维数计算

涡旋盘加工表面一般通过精铣工艺获得，表面形貌具有各向异性与多重尺度特性。若用方差法或功率谱法，一是仅能分析一维剖面，结果因剖面方向不同而导致差异显著，分形维数计算准确性不足，虽可处理三维数据，但计算和解释更复杂；二是功率谱法要求表面为“平稳”随机过程，而实际涡旋盘表面多是非平稳的，存在瑕疵、划痕或局部变形等，非平稳性会干扰频谱，造成分形维数计算偏差。相比之下，差分盒维数法直接处理三维表面形貌数据，分析整个表面形貌区域，计算时自动对所有方向积分，可得到综合反映表面整体复杂性的分形维数，且以局部最大最小高度差为依据，受全局非平稳性的影响较小。因此，选用差分盒维数法计算涡旋盘表面分形维数。

差分盒维数法是以盒维数法为基础改进的计算方法。该方法通过统计给定网格分辨率下覆盖图像强度以及表面高度分布的边缘尺寸(r)的盒子数量$N(r)$。分形维数D_s可以表示为

$$D_S=\log N(r)/\log(r^{-1}) \tag{3}$$

式中：r为坐标方向上的尺度；$N(r)$为对应的测度。

针对表面积为$M\times M$的表面形貌，采用尺寸为$S\times S$(S为整数且$1<S<M$)的正方形将其划分为若干个网格，此时$r=S/M$。对于一个三维表面，可将其视作一个三维空间，平面上点的位置用(x,y)表示，形貌的高度值用z表示。将$S\times S$网格中形貌的高度按单位h进行划分，此时三维形貌被划分为若干个$S\times S\times h$的小盒子，其中$h=rz_{max}/M$。如果在划分的第(i,j)个单元网格内，曲面高度的最大值和最小值的点分别落在第l和第k个盒子内，则在该区域的盒子数为

$$n_r(i,j)=ceil\left[\frac{l-k}{h}\right] \tag{4}$$

$Ceil$表示对计算结果取整。于是，整个表面的盒子数为

$$N_r=\sum_{i,j}n_r(i,j) \tag{5}$$

根据式(3)，编写MATLAB程序即可求得分形维数D_s。利用最小二乘法拟合，D_s即$\log N(r)$-$\log(1/r)$关系图的斜率，分形维数拟合图见图5。

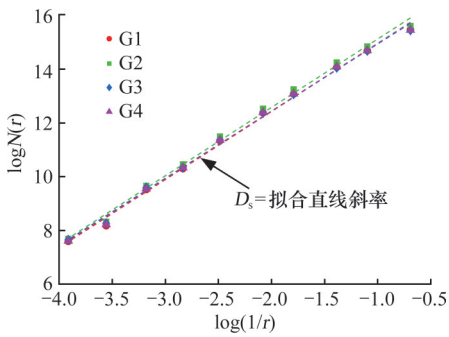


图 5　涡旋盘表面分形维数拟合图

Fig.5　Fractal dimension fitting graph of the scroll surface

各测试区域的分形维数D_s如表4所示，均介于2.5～2.6，在一般分形表面参数($2<D_s<3$)区间内，表明涡旋盘表面具有明显的分形特征。分形维数从大到小依次为G2，G1，G4，G3，即涡旋盘测试区域的表面形貌复杂性从大到小依次为G2，G1，G4，G3。

表4 各测试区域分形维数D_s

Tab.4 The fractal dimensions D_s of each test area

	G1	G2	G3	G4
D_s	2.5346	2.5471	2.5018	2.5229

绘制分形维数与三维粗糙度参数的对比图，如图6所示，可见，相较于粗糙度参数Sa和Sq，分形维数的变化幅度相对较小。

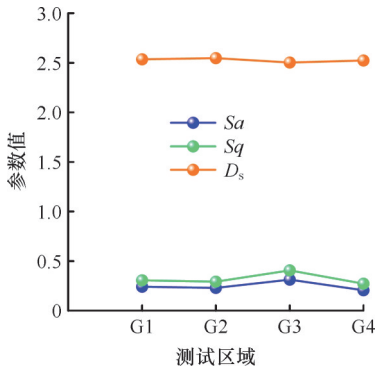


图6 Sa、Sq与D_s的对比

Fig.6 Comparison of Sa、Sq and D_s

为了使结果更具有对比性，计算其方差和标准差，如表5所示，粗糙度参数Sa、Sq于4个区域的标准差与方差均显著高于分形维数D_s的相应值。

表5 D_s、Sa、Sq的方差及标准差

Tab.5 The variances and standard deviations of D_s, Sa, and Sq

	D_s	Sa	Sq
方差	0.000 29	0.006 47	0.010 66
标准差	0.016 68	0.080 43	0.103 23

综上，涡旋盘各测试区域的表面形貌复杂性从大到小依次为G2，G1，G4，G3。相较于粗糙度参数，分形维数表现出更小的离散性与测量误差。而且，受限于测量仪器的分辨率，涡旋盘表面较小的粗糙度值在重复测量时存在一定的示值波动，而分形维数的计算结果则不受此影响，具有更高的稳定性和客观性。

3.3 涡旋盘表面多重分形谱分析

多重分形运用统计物理学方法对非均匀表面的标度特性予以表征，从局部特征着手探究整体特征，实现表面形貌复杂度的量化评估。针对涡旋盘表面，多重分形谱计算步骤如下：

1）概率测度的计算。用尺度为δ的方格将重构后得到的涡旋盘表面的粗糙度矩阵分成$1/\delta\times 1/\delta$个小方格，划分为N个区域，记为S_i，分布概率$P_i(\delta)$为该区域生成概率，不同的区域对应的分布概率是不同的。其表达式为

$$P_i(\delta)=S_i(\delta)/\sum_{i=1}^{N}S_i(\delta) \tag{6}$$

以概率$P_i(\delta)$作为测度，δ为尺度，当$\delta\to 0$时，存在幂指数关系：

$$P_i(\delta)\propto\delta^{\alpha} \tag{7}$$

α称为奇异性标度指数，即局部分维。可对分形体各测度单元的奇异强度进行定量表征，其数值分布能够直接体现复杂结构的多样性特征。令具有相同α的盒子数为$N_\alpha(\delta)$，以盒子数$N_\alpha(\delta)$为测度，δ为尺度，当δ趋于0时，存在幂指数关系：

$$N_\alpha(\delta)\propto\delta^{-f(\alpha)} \tag{8}$$

2）配分函数和质量指数的计算。定义一个多重分形配分函数$U_q(\delta)$，它与$P_i(\delta)$和δ有以下关系：

$$U_q(\delta)=\sum_{i=1}^{N}P_i(\delta)^q \tag{9}$$

配分函数的意义是对概率测度$P_i(\delta)$进行q次方的加权求和。当δ趋于0时，配分函数$U_q(\delta)$和δ存在幂指数关系：

$$N_\alpha(\delta)\propto\delta^{\tau(q)} \tag{10}$$

其中，$\tau(q)$为质量函数，q为权重因子，定义为

$$\tau(q)=\lim_{\delta\to 0}\frac{\log U_q(\delta)}{\log\delta} \tag{11}$$

3）多重分形谱的计算。根据统计物理学中legendre变换的性质，建立α、$\tau(q)$和多重分形谱$f(\alpha)$之间的关系：

$$f(\alpha)=\alpha q-\tau(q) \tag{12}$$

计算$f(\alpha)$的最小值就转变为求$\alpha q-\tau(q)$的最小值。将$\alpha q-\tau(q)$对q求导，并令导数为0，可得

$$\alpha=\frac{\mathrm{d}\tau(q)}{\mathrm{d}q} \tag{13}$$

理论上讲，权重因子q的取值范围越广，所得到的多重分形谱越精细。然而，q取值过大会显著增加计算量，并且伴随q的增大，α的变化率逐渐接近于零。如图7所示，当q趋近于-15和15时，α的变化率趋近为0。因此，为提高计算效率并规避冗余，将q的取值范围预设为$[-15,15]$。

借助MATLAB算法，针对概率测度$P_i(\delta)$、配分函数$U_q(\delta)$、质量指数$\tau(q)$展开计算，基于多重分形理论框架开展特征参数转换，最终经解析得到涡旋盘表面形貌的多重分形谱，各区域的多重分形谱如图8所示。

测试区域内涡旋盘表面形貌的多重分形谱均呈现出左开口的钩状形态，且钩形曲线左端点高度高于右端点，表明涡旋盘表面形貌具有明显的多重分形特征。

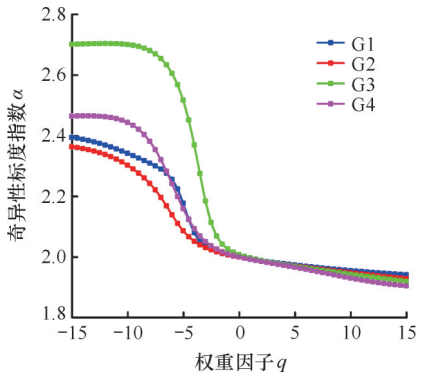


图7　奇异性标度指数α与权重因子q的关系曲线

Fig.7　The relationship curve between singularity scaling index α and weight factor q

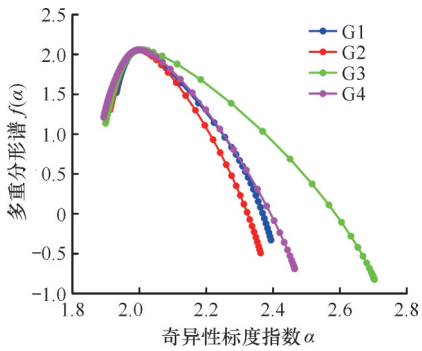


图8　涡旋盘表面多重分形谱

Fig.8　Multifractal spectrum of the scroll surface

涡旋盘表面三维形貌的多重分形谱参数计算结果如表6所示。谱宽$\Delta\alpha$描述了表面形貌的不均匀分布程度，其中区域G1的谱宽为0.462，G2为0.450，G3为0.804，G4为0.571。相比之下，G2区域的谱宽最小，表明该区域局部粗糙度变化最小，表面高度均一性相对较好；而G3区域的谱宽最大，表明该区域局部粗糙度变化最大，表面高度均一性相对较差。

表6　涡旋盘表面多重分形谱参数值

Tab.6　The multifractal spectrum parameter values on the surface of the scroll

区域	α_{min}	α_{max}	$\Delta\alpha$	$f(\alpha_{min})$	$f(\alpha_{max})$	Δf
G1	1.932	2.395	0.462	1.521	−0.329	1.850
G2	1.914	2.364	0.450	1.304	−0.492	1.796
G3	1.900	2.704	0.804	1.136	−0.824	1.960
G4	1.894	2.465	0.571	1.211	−0.690	1.901

谱差Δf反映了加工表面的波峰和波谷的概率分布。$\Delta f=f(\alpha_{min})-f(\alpha_{max})$。可依据其符号与数值大小判定表面呈现波谷占优($\Delta f>0$)或波峰占优($\Delta f<0$)，由表6可知，本研究中$\Delta f>0$，表明与较小$\alpha$值相关的概率测度或权重，高于与较大$\alpha$值相关的概率测度或权重，即涡旋盘表面上更多区域表现出波谷特征。因此，可以认为该表面呈现出波谷占优的形貌分布。

如图9所示，G3区域表面存在局部凹坑h1、h2、h3和尖锐毛刺h4、h5等异常特征，导致其谱宽$\Delta\alpha$突然增大。G4区域谱宽相比G3虽然略有减小，但其表面仍可观察到少量凹坑h6、h7、h8等异常特征，由此可知其谱宽较G1和G2区域仍有小幅提升。图9同时呈现了G3和G4区域内凹坑、毛刺等异常特征的局部微观形貌图像。由此可见，单纯依赖粗糙度参数Sa和Sq难以有效反映这些局部异常特征。相比之下，分形谱参数对局部异常更加敏感，能够更有效地识别潜在缺陷，为表面质量评价提供了更为精细的指标。

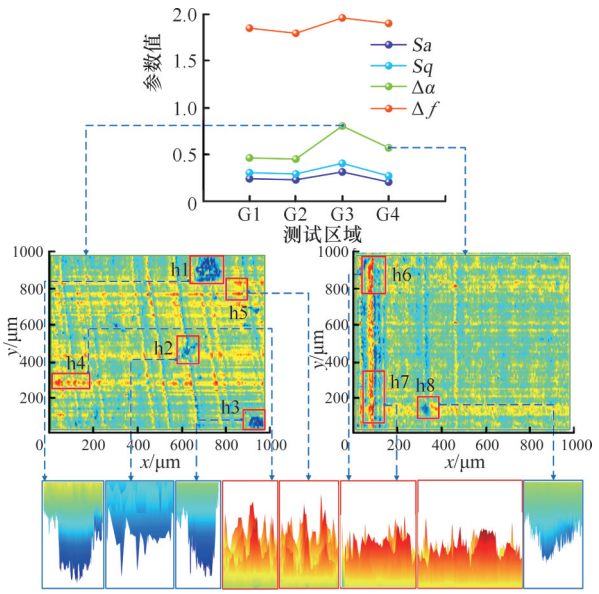


图9　参数对比及异常特征局部形貌

Fig.9　Parameter comparison and local topography of abnormal features

4　结论

1)为准确表征涡旋盘表面质量，本文采用小波变换方法对数据进行处理，建立粗糙度基准面，提取表面粗糙度信息。

2)利用W-M分形函数研究了表面形貌随分形维数的变化规律。结果表明，分形维数D_s越大，表面形貌越复杂，凹凸起伏越密集，高度变化的频率也随之增加。

3)分形维数能够有效反映涡旋盘整体表面的复杂程度。根据拟合得到的分形维数结果，测试区域的表面形貌复杂性由高到低依次为G2，G4，G1，G3。相比粗糙度参数，分形维数的离散程度较小，误差也更小，其计算结果不受测量仪器分辨率的影响，具有更强的稳定性和客观性。

4)基于多重分形谱参数分析了涡旋盘表面的局部特征。相较于粗糙度参数，分形谱不仅能够揭示表面形貌的整体均匀性特征，而且对局部异

常特征更为敏感，能够更有效地识别潜在缺陷。

参考文献：

[1] ZHANG Xiaodong, XIONG Yiwei, FAN Bochao, et al. Research on Dynamic Characteristics of Three-dimensional Tip Clearance with Regard to Blade Crack Depth and Location of Rotary Blade-disk-shaft Coupling System[J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(6): 4273-4297.

[2] 成雨，卜颖滨，万珍平，等. 基于分形理论的磨削粗糙表面静摩擦系数模型[J]. 航空制造技术，2024，67(7)：125-130.
CHENG Yu, BU Yingbin, WAN Zhenping, et al. A Static Friction Factor Model of Grinding Rough Surface Based on Fractal Theory[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2024, 67(7): 125-130.

[3] 林忠钦，马运五，夏裕俊，等. 载运工具高性能薄壁承载结构成形及连接工艺研究进展[J]. 机械工程学报，2023，59(20)：1-17.
LIN Zhongqin, MA Yunwu, XIA Yujun, et al. Advances in Forming and Joining Processes of Lightweight High-strength Thin-walled Vehicle Structures[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(20): 1-17.

[4] WANG Jun, LI Zengyao, HOU Ruijie, et al. Geometric and Thermodynamic Analysis of a Fully Meshed Double-scroll Compressor[J]. International Journal of Refrigeration, 2024, 164: 199-209.

[5] DANG Xu, AL-RAHAWI M, LIU Tao, et al. Single and Multi-response Optimization of Scroll Machining Parameters by the Taguchi Method[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2024, 25(8): 1601-1614.

[6] 刘涛，侯才生，李银萍. 利用Frenet活动标架构建涡旋压缩机型线的新方法[J]. 哈尔滨工业大学学报，2020，52(1)：194-200.
LIU Tao, HOU Caisheng, LI Yinping. A New Method of Constructing Scroll Compressor Profile Using Frenet Moving Frame[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(1): 194-200.

[7] LI Guowen, TANG Jinyuan, ZHOU Wei, et al. Fatigue Life Prediction of Workpiece with 3D Rough Surface Topography Based on Surface Reconstruction Technology[J]. Journal of Central South University, 2018, 25(9): 2069-2075.

[8] 胡文龙，罗喜东，杨语，等. 基于分形插值的复合材料孔壁微观表面重构方法[J]. 西北工业大学学报，2023，41(4)：661-669.
HU Wenlong, LUO Xidong, YANG Yu, et al. Fractal Interpolation-based Micro-surface Reconstruction Method for Composite Pore Walls[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2023, 41(4): 661-669.

[9] 焦华超，孙文磊，王宏伟. 基于类小波辅助分类生成对抗网络的轴承故障数据生成方法[J]. 中国机械工程，2025，36(3)：546-557.
JIAO Huachao, SUN Wenlei, WANG Hongwei. Bearing Fault Data Generation Method Based on WLT-ACGAN[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(3): 546-557.

[10] 张翔，潘旭东，王广林. 钛合金介观尺度铣削表面粗糙度特征分析及工艺优化[J]. 计算机集成制造系统，2018，24(12)：2933-2940.
ZHANG Xiang, PAN Xudong, WANG Guangling. Surface Morphology Analysis and Process Optimization in Micro-milling of Titanium Alloy[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2018, 24(12): 2933-2940.

[11] 林洁琼，于行，周岩，等. 超声振动辅助车削SiCp/Al切屑形成机理及表面粗糙度研究[J]. 表面技术，2024，53(6)：144-156.
LIN Jieqiong, YU Hang, ZHOU Yan, et al. Chip Formation Mechanism and Surface Roughness of SiCp/Al Composites by Ultrasonic Vibration-assisted Turning[J]. Surface Technology, 2024, 53(6): 144-156.

[12] 何彦，白云龙，李丽，等. 螺纹硬态旋风铣削轴承钢GCr15切屑形貌及特性试验研究[J]. 中南大学学报(自然科学版)，2019，50(9)：2138-2147.
HE Yan, BAI Yunlong, LI Li, et al. Experimental Investigation on Chip Morphology and Properties in Thread Hard Whirlwind Milling of Bearing Steel GCr15[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2019, 50(9): 2138-2147.

[13] 张学良，王余松，温淑花，等. 机械加工表面轮廓分形维数对数小波谱计算方法[J]. 中国机械工程，2016，27(23)：3142-3148.
ZHANG Xueliang, WANG Yusong, WEN Shuhua, et al. Logarithmic Wavelet Spectrum Method for Computing Fractal Dimension of Machined Surface Profiles[J]. China Mechanical Engineering, 2016, 27(23): 3142-3148.

[14] LIU Qi, CHENG Jian, LIAO Zhirong, et al. Fractal Analysis on Machined Surface Morphologies of Soft-brittle KDP Crystals Processed by Micro Ball-end Milling[J]. Materials, 2023, 16(5): 1782.

[15] 李银萍. 变截面涡旋盘侧壁面表面微观形貌的表征与分析[D]. 兰州：兰州理工大学，2019.
LI Yinping. Charac Terization and Analysis of the Surface Micro-morpholo Gy on the Side of Scroll Disk with Variable Cross-section[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2019.

[16] 李文知. 基于小波-分形理论的Si3N4陶瓷表面微观形貌特征研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨理工大学，2023.
LI Wenzhi. Evolution Mechanism of Wear Behavior of Diamond Abrasives in Rotary Ultrasonic Grinding[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2023.

[17] MODABBERASL A, SHARIFI M, SHAHBAZI F, et al. Multifractal Analysis of DLC Thin Films Deposited by Pulsed Laser Deposition[J]. Applied Surface Science, 2019, 479: 639-645.

[18] LI Yuan, ZHENG Guangming, CHEN Yun, et al. Multi-objective Optimization of Surface Morphology Using Fractal and Multi-fractal Analysis for Dry Milling of AISI 4340[J]. Measurement, 2023, 222: 113574.

[19] 林近山，陈前. 多重分形去趋势波动分析在滚动轴承损伤程度识别中的应用[J]. 中国机械工程，2014，25(13)：1760-1765.
LIN Jinshan, CHEN Qian. Application of Multifractal Detrended Fluctuation Analysis to Severity Identification of Rolling Bearing Damages[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(13): 1760-1765.

（编辑 陈 勇）

作者简介：刘 涛*（通信作者），女，1971年生，教授、博士研究生导师。研究方向为机械设计制造及其自动化、测试技术。出版专著1部，发表论文100余篇。E-mail：liutao1971@lut.edu.cn。

本文引用格式：

刘涛，李鼎，邬再新，等. 融合小波变换与多重分形理论的涡旋盘表面形貌分析[J]. 中国机械工程，2026，37(8)：2009-2016.

LIU Tao, LI Ding, WU Zaixin, et al. Analysis of Surface Topography of Scroll Based on Wavelet Transform and Multifractal Theory[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(8): 2009-2016.